

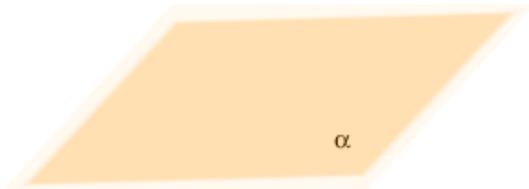
## Prontuario degli argomenti di geometria per la classe 1<sup>a</sup>

### ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI

*Punto*: si indica con una lettera maiuscola dell'alfabeto ● A

*Retta*: si indica con una lettera minuscola dell'alfabeto ..... r .....

*Piano*: si indica con una lettera minuscola dell'alfabeto greco<sup>1</sup>



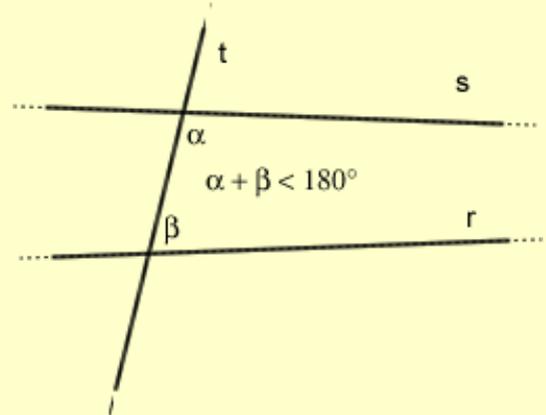
*Assioma o postulato*: proposizione che viene considerata vera senza dimostrazione

*Teorema*: proposizione che deve essere dimostrata vera partendo dagli assiomi o da altri teoremi già dimostrati attraverso un ragionamento logico (metodo *assiomatico – deduttivo*)

*Geometria euclidea*: geometria che si basa sugli assiomi di Euclide<sup>2</sup> (IV° secolo a. C.)

#### *Postulati di Euclide (approfondimento non determinante)*

- I. Che si possa condurre una retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto.  
(Per ogni punto dato si può condurre una sola retta passante per un altro punto ossia per due punti passa una sola retta)
- II. Che si possa prolungare senza soluzione di continuità una retta limitata (*finita*) in linea retta.  
(Un segmento di linea retta può essere prolungato indefinitamente in linea retta)
- III. Che si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro ed ogni distanza (*raggio*).  
(Attorno a un centro dato è possibile tracciare una circonferenza avente un raggio qualsiasi)
- IV. Che tutti gli angoli retti siano uguali fra loro.
- V. Che, se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti (*tali che la loro somma sia minore di due retti*), le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui sono gli angoli minori di due retti.  
(Se una retta interseca altre due rette formando angoli interni e dalla stessa parte in modo che la loro somma sia minore di due angoli retti, le due rette, prolungate illimitatamente, si incontrano da quella parte in cui gli angoli sono minori di due retti.)



<sup>1</sup> Vedi in appendice l'alfabeto greco

<sup>2</sup> Euclide elencò questi postulati negli *Elementi*, testo in cui sono raccolte le conoscenze geometriche su cui si basa ancor oggi la geometria elementare.

### Concetti di base<sup>3</sup>

- ✓ Per un punto passano infinite rette, ossia un fascio di rette;
- ✓ Per due punti distinti passa una ed una sola retta;
- ✓ Per tre punti allineati passa una e una sola retta, se non sono allineati nessuna;
- ✓ Per una retta (o tre punti allineati) passano infiniti piani, ossia un fascio di piani;
- ✓ Per tre punti non allineati o per una retta ed un punto fuori di essa oppure per due rette incidenti<sup>4</sup> passa un solo piano.

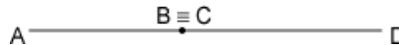
### Sottoinsiemi della retta

**Semiretta:** fissato un punto P su una retta r questa viene divisa in due *semirette* e P viene detto *origine*. La semiretta ha un punto che precede tutti gli altri, l'origine, ma non un punto che segua tutti gli altri. Ha una sola dimensione: la *lunghezza*.

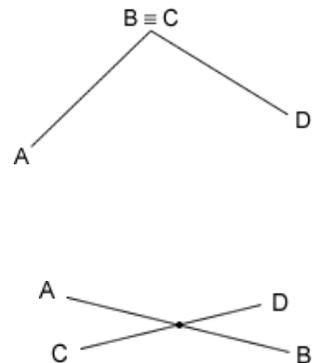
**Segmento:** fissati due punti non coincidenti A e B, l'intervallo di retta delimitato dai due punti è detto segmento e i due punti A e B sono gli *estremi* del segmento. Il segmento ha un inizio ed una fine. Ha una sola dimensione: la *lunghezza*. Un segmento di estremi A e B si indica con AB.

Due segmenti si dicono *consecutivi* se hanno un estremo in comune.

Due segmenti si dicono *adiacenti* se hanno un estremo in comune e appartengono alla stessa retta.



Due segmenti si dicono *incidenti* se hanno un punto in comune che non sia un estremo.



Una serie di segmenti consecutivi formano una *spezzata* che può essere:

- ✓ *aperta* se il primo e l'ultimo segmento non sono consecutivi
- ✓ *chiusa* se il primo e l'ultimo segmento sono consecutivi
- ✓ *semplice* se i segmenti hanno in comune solo gli estremi
- ✓ *intrecciata* se i segmenti hanno in comune altri punti oltre agli estremi

Due segmenti AB e CD si confrontano sovrapponendoli

- ✓ Se coincidono gli estremi i due segmenti hanno la stessa lunghezza, sono *congruenti*  $AB = CD$
- ✓ Se coincidono gli estremi A e C e l'estremo D è interno al segmento AB allora AB è maggiore di CD  $AB > CD$
- ✓ Se coincidono gli estremi A e C e l'estremo B è interno al segmento CD allora AB è minore di CD  $AB < CD$

Di due segmenti AB e CD si può determinare

- ✓ il segmento somma rendendo adiacenti i segmenti  $AD = AB + CD$

<sup>3</sup> Si ricavano dai postulati di Euclide

<sup>4</sup> Che si incontrano in un punto

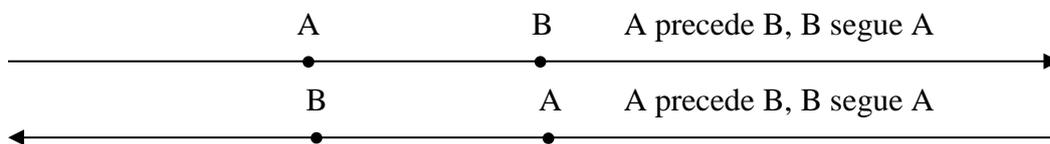
- ✓ il segmento differenza sovrapponendo il due segmenti facendo coincidere una coppia di estremi. Se  $AB > CD$  allora  $DB = AB - CD$  o se  $AB < CD$  allora  $BD = CD - AB$

Di un segmento AB si può determinare

- ✓ il *multiplo* riportando  $n$  segmenti adiacenti congruenti a AB,  $CD = nAB$  e si dice che CD è multiplo di AB secondo  $n$  (esempio  $CD = 3AB$ , CD è multiplo di AB secondo 3)
- ✓ il *sottomultiplo* dividendolo in  $n$  parti uguali; ciascuna parte è un sottomultiplo di AB e se indichiamo con AE una parte si scrive  $AE = \frac{1}{n} AB$  e si dice che AE è sottomultiplo di AB secondo  $n$  (esempio  $AE = \frac{1}{3} AB$ , AE è sottomultiplo di AB secondo 3)<sup>5</sup>.

### Retta orientata

Una retta si dice *orientata* quando viene fissato un *verso* di percorrenza, indicato con una *freccia*; in questo modo si può stabilire se, dati due punti A e B, A *precede* o *segue* B.



In una retta orientata anche i segmenti sono orientati e si indicano  $\overrightarrow{AB}$  se A precede B o  $\overleftarrow{AB}$  se A segue B.

### Rapporti tra rette

Due rette possono essere

- incidenti*: hanno un solo punto in comune; se le due rette dividono il piano in quattro parti uguali sono dette *perpendicolari*
- parallele*: non hanno nessun punto in comune
- coincidenti*: hanno almeno due punti in comune

#### Rette parallele

Per indicare due rette  $r$  e  $s$  parallele si scrive  $r // s$ .

Data una retta  $r$  ed un punto P esterno ad essa, per P passa una ed una sola retta parallela ad  $r$ <sup>6</sup>.

#### Rette perpendicolari

Due rette  $r$  e  $s$  perpendicolari dividono il piano in quattro angoli retti e si usa questa simbologia  $r \perp s$ .

Data una retta  $r$  ed un punto P esterno ad essa, per P passa una ed una sola retta perpendicolare ad  $r$ <sup>7</sup>.

#### Asse di un segmento

<sup>5</sup> Per la costruzione del sottomultiplo di un segmento l'animazione a questo indirizzo:

<http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/segm.htm>

<sup>6</sup> Questo è noto come quinto postulato di Euclide.

Per la costruzione di una parallela ad una retta passante per un punto vedi l'animazione a questo indirizzo:

<http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/paral.htm>

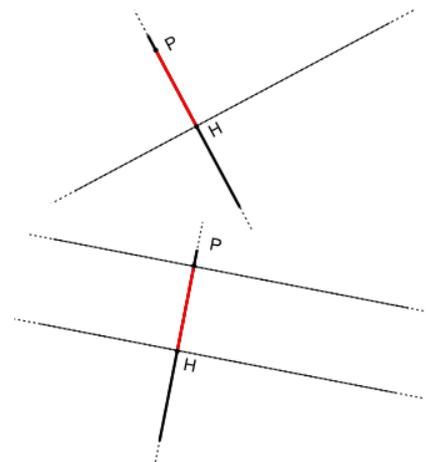
<sup>7</sup> Per la costruzione di una perpendicolare ad una retta passante per un punto vedi l'animazione a questo indirizzo:

<http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/perpe.htm>

Retta perpendicolare al segmento che passa per il suo *punto medio*. I punti dell'asse sono tutti equidistanti dagli estremi del segmento<sup>8</sup>.

### **Distanza**

- ✓ *Distanza di un punto P da una retta r* è il segmento PH di perpendicolare condotto dal punto P alla retta r; H è detto *piede della perpendicolare* o *proiezione* del punto P sulla retta r.
- ✓ *Distanza tra due rette parallele* è il segmento di perpendicolare alle due rette.



### **Proiezione ortogonale<sup>9</sup> di un segmento**

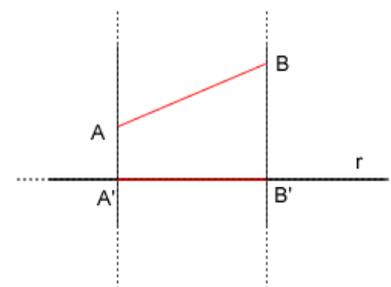
La proiezione ortogonale A'B' di un segmento AB su una retta r è il segmento appartenente alla retta e compreso tra le proiezioni degli estremi A e B del segmento sulla retta.

Se

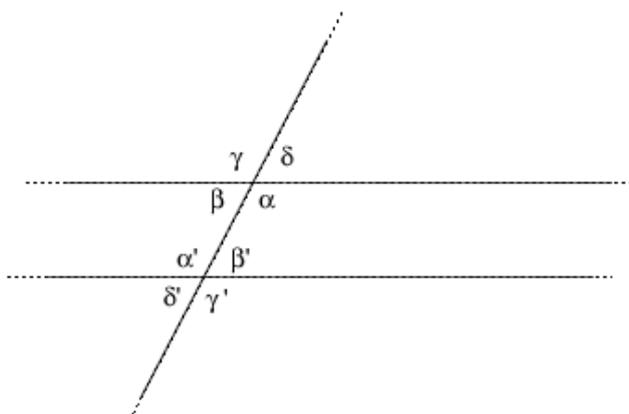
$$AB \parallel r \quad A'B' = AB$$

$AB \perp r$  A' coincide con B' per cui la proiezione è un punto

Negli altri casi  $A'B' < AB$



### **Rette parallele tagliate da una trasversale**



Le coppie  $\alpha$ ,  $\alpha'$  e  $\beta$ ,  $\beta'$  sono dette angoli *alterni interni*. Si hanno le seguenti relazioni  $\alpha = \alpha'$  e  $\beta = \beta'$ .

Le coppie  $\gamma$ ,  $\gamma'$  e  $\delta$ ,  $\delta'$  sono dette angoli *alterni esterni*. Si hanno le seguenti relazioni  $\gamma = \gamma'$  e  $\delta = \delta'$ .

Le coppie  $\beta$ ,  $\alpha'$  e  $\alpha$ ,  $\beta'$  sono dette angoli *coniugati interni*. Ciascuna coppia è costituita da angoli *supplementari*.

Le coppie  $\gamma$ ,  $\delta'$  e  $\delta$ ,  $\gamma'$  sono dette angoli *coniugati*

*esterni*. Ciascuna coppia è costituita da angoli *supplementari*.

Le coppie  $\gamma$ ,  $\alpha'$ ,  $\delta$ ,  $\beta'$ ,  $\beta$ ,  $\delta'$  e  $\alpha$ ,  $\gamma'$  sono dette *angoli corrispondenti* e i membri di ciascuna coppia sono *congruenti*.

<sup>8</sup> Per la costruzione dell'asse vedi l'animazione a questo indirizzo: <http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/asse.htm>

<sup>9</sup> Ortogonale è sinonimo di perpendicolare

### *Criterio di parallelismo*

Se due rette tagliate da una trasversale formano angoli alterni o corrispondenti congruenti o formano angoli coniugati supplementari allora sono parallele.

### **Misura**<sup>10</sup>

**Grandezza:** si indica con questo termine qualsiasi proprietà di un oggetto che possa essere misurata.

**Grandezze omogenee:** sono omogenee le grandezze che si possono confrontare per cui si possono addizionare o sottrarre ottenendo sempre una grandezza dello stesso tipo

**Misura di una grandezza:** La misura una grandezza è il *numero* che esprime quante volte una grandezza, omogenea a quella considerata, e presa come *campione (unità di misura)* è contenuta nella grandezza da misurare. Per misurare una grandezza occorre avere:

- a) un campione da utilizzare come unità di misura;
- b) un metodo di misura;
- c) uno strumento di misura.

Un'unità di misura possiede normalmente *multipli* e *sottomultipli* che si basano su 10 o una sua potenza. I multipli si ottengono moltiplicando il campione per 10 o una sua potenza e i sottomultipli dividendo il campione in parti uguali secondo 10 o una sua potenza<sup>11</sup>

### **Unità di misura di interesse geometrico**<sup>12</sup>.

#### **Unità di misura di lunghezza ⇒ Metro ⇒ simbolo *m***

È definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 di secondo<sup>13</sup>.

**Multipli:** decametro (1 dam = 10 m); ettometro (1 hm = 10<sup>2</sup> m); chilometro (1 km = 10<sup>3</sup> m)

**Sottomultipli:** decimetro (1 dm =  $\frac{1}{10}$  m); centimetro (1 cm =  $\frac{1}{10^2}$  m); millimetro (1 mm =  $\frac{1}{10^3}$  m)

#### *Alcune misure di lunghezza particolari*

Raggio della Terra 6,37 · 10<sup>6</sup> m

Distanza Terra – Sole (media) 1,5 · 10<sup>11</sup> m = 1,5 · 10<sup>8</sup> km

Diametro di un globulo rosso 0,000008 m = 0,008 mm

Le unità di misura, a livello internazionale, sono stabilite dalla Conferenza generale dei pesi e delle misure che definisce il Sistema internazionale di unità di misura (SI) basato su sette *grandezze fondamentali* (lunghezza, massa, tempo, corrente elettrica, temperatura, quantità di sostanza e intensità luminosa); tutte le altre grandezze (*grandezze derivate*) sono definite partendo da queste.

<sup>10</sup> In collegamento con quanto svolto nel programma di scienze

<sup>11</sup> Fanno eccezione unità di misura basate su sistemi non decimali.

<sup>12</sup> Riferito a quest'anno di corso

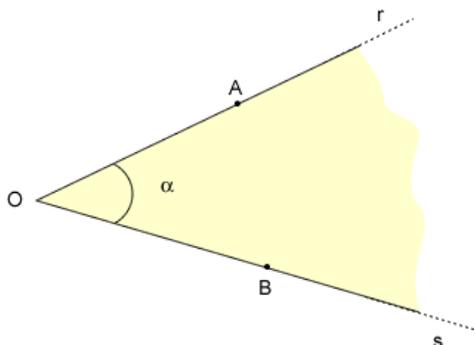
<sup>13</sup> In origine, venne definito come 1/40 000 000 del meridiano terrestre (1791)

## ANGOLI

### Definizioni

- Due semirette aventi l'origine in comune dividono il piano in due parti dette ciascuna angolo. L'origine vien detta *vertice* dell'angolo e le semirette *lati* dell'angolo. La dimensione dell'angolo vien denominata *ampiezza*.
- L'angolo è la parte di piano descritta da una semiretta che ruota attorno alla propria origine.

### Indicare un angolo

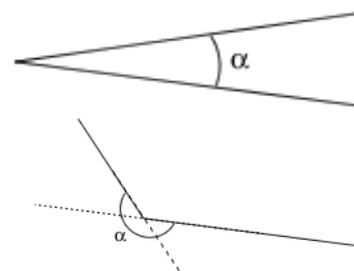


- angolo  $\hat{O}$
- angolo  $\hat{\alpha}$  (o un'altra lettere dell'alfabeto greco)
- angolo  $r\hat{O}s$
- angolo  $A\hat{O}B$

### Angolo concavo e angolo convesso

Angolo *convesso*: non contiene il prolungamento dei suoi lati. Si può indicare come  $A\hat{O}B$  o scrittura analoga.

Angolo *concavo*: contiene il prolungamento dei suoi lati. Si può indicare come  $A\check{O}B$  o scrittura analoga.



### Angoli particolari

Angolo *giro*: i suoi lati sono due semirette sovrapposte o rotazione completa di una semiretta attorno all'origine.

Angolo *piatto*: i suoi lati sono due semirette adiacenti. È metà di un angolo giro

Angolo *retto*: metà di un angolo piatto,  $\frac{1}{4}$  di angolo giro

Angoli *consecutivi*: hanno il vertice, un lato e nessun altro punto in comune

Angoli *adiacenti*: angoli consecutivi con i lati non in comune che appartengono alla stessa retta

Angoli *opposti al vertice* i loro lati sono uno il prolungamento dell'altro.

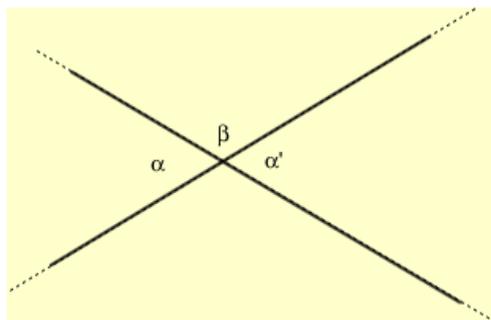
Teorema: *due angoli opposti al vertice sono congruenti*

Dimostrazione che  $\alpha$  è uguale ad  $\alpha'$

$\alpha + \beta$  formano un angolo piatto perché sono adiacenti

$\alpha' + \beta$  formano un angolo piatto perché sono adiacenti

Si osserva che  $\beta$  è comune a due somme che danno lo



stesso risultato per cui anche  $\alpha$  è uguale ad  $\alpha'$

Angolo *acuto*: l'ampiezza è minore di un angolo retto

Angolo *ottuso*: l'ampiezza è maggiore di un angolo retto

*Bisettrice di un angolo*

Semiretta che avendo origine nel vertice dell'angolo lo divide in due parti congruenti<sup>14</sup>.

Fissati due punti sui lati equidistanti dal vertice, tutti i punti della bisettrice sono equidistanti da essi.

*Confronto tra angoli*

Si confrontano le ampiezze degli angoli, sovrapponendoli in modo tale che i vertici e un lato siano coincidenti in modo che i due angoli siano dalla stessa parte rispetto al lato in comune.

Se, dati due angoli  $\alpha$  e  $\beta$

- il lato non in comune di  $\beta$  è interno all'angolo  $\alpha$  allora  $\alpha > \beta$
- il lato non in comune di  $\beta$  è esterno all'angolo  $\alpha$  allora  $\alpha < \beta$
- entrambi i lati coincidono allora  $\alpha = \beta$

*Somma di angoli*

Per determinare l'angolo somma di due angoli  $\alpha$  e  $\beta$ , si rendono consecutivi i due angoli

Se la somma dà

- un angolo retto,  $\alpha$  e  $\beta$  si dicono *complementari*
- un angolo piatto,  $\alpha$  e  $\beta$  si dicono *supplementari*
- un angolo giro,  $\alpha$  e  $\beta$  si dicono *esplementari*

*Differenza di angoli*

Per determinare l'angolo differenza di due angoli  $\alpha$  e  $\beta$ , si sovrappongono come nel confronto e la parte dell'angolo di ampiezza maggiore non in comune con l'angolo di ampiezza minore è l'angolo differenza.

*Multiplo di un angolo*

Dato un angolo  $\alpha$  se ne possono disegnare il multiplo secondo un numero  $n$ , costruendo  $n$  angoli consecutivi tutti uguali ad  $\alpha$ .

*Sottomultiplo di un angolo*

Dato un angolo  $\alpha$  se ne può disegnare il sottomultiplo secondo un numero  $n$ , suddividendo  $\alpha$  in  $n$  angoli congruenti, ciascuno sarà sottomultiplo di  $\alpha$ .

***Misura dell'ampiezza di un angolo***

L'unità di misura più usata è il *grado sessagesimale* ( $^\circ$ ) definito come l'ampiezza dell'angolo che si ottiene dividendo l'angolo giro in 360 parti uguali.

Sottomultipli: *primo*  $\Rightarrow$  simbolo ' ( $1^\circ = 60'$ ), *secondo*  $\Rightarrow$  simbolo " ( $1^\circ = 3600''$  e  $1' = 60''$ )

---

<sup>14</sup> Per la costruzione della bisettrice vedi l'animazione all'indirizzo: <http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/biset.htm>.

Lo strumento di misura degli angoli è il *goniometro*.

## **POLIGONI**

Si dice poligono la parte di piano limitata da una linea spezzata chiusa semplice.

### ***Elementi di un poligono***

**Contorno:** la spezzata che limita il poligono. La misura del contorno viene detta *perimetro*.

**Lati:** i segmenti che compongono la linea spezzata (in figura AB, BC, CD, DE; AE)), i loro estremi sono detti *vertici* (in figura A, B, C, D, E). I lati che hanno *un vertice in comune* sono detti *consecutivi*.

**Diagonale:** segmento che unisce due vertici non consecutivi (in figura EB).

**Superficie:** la parte di piano limitata dalla linea spezzata. La sua misura è detta *area*.

**Angolo interno:** angolo formato dalle semirette a cui appartengono due lati consecutivi, comprendente la superficie del poligono (in figura  $\alpha$ ).

**Angolo esterno:** angolo adiacente ad un angolo interno del poligono (in figura  $\alpha'$  o  $\alpha''$ ).

**Poligono convesso:** poligono in cui tutti gli angoli interni sono convessi

**Poligono concavo:** poligono in cui almeno un angolo interno è concavo

**Poligono regolare:** poligono in cui tutti i lati e tutti gli angoli interno sono fra loro congruenti, Se i lati e gli angoli sono fra loro disuguali il poligono è *irregolare*.

### ***Proprietà generale di un poligono***

***In un poligono ogni lato è sempre minore della somma di tutti gli altri.***

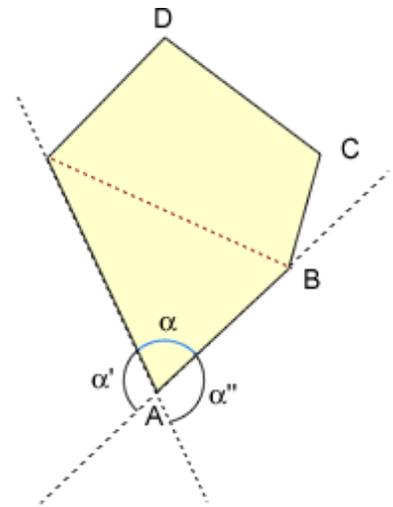
In un poligono di  $n$  lati abbiamo  $n - 3$  diagonali uscenti da ogni vertice e dividono il poligono in  $n - 2$  triangoli.

In un poligono di  $n$  lati abbiamo  $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$  diagonali.

In un poligono di  $n$  lati, la *somma degli angoli interni è sempre  $n - 2$  angoli piatti*

#### ***Dimostrazione***

Si osserva che se disegniamo le diagonali che escono da un vertice di un poligono di  $n$  lati, queste lo dividono in  $n - 2$  triangoli. La somma degli angoli interni di un triangolo corrisponde ad un angolo piatto<sup>15</sup> per cui avremo  $n - 2$  angoli piatti.



<sup>15</sup> Per la dimostrazione vedi più avanti nella parte riguardante i triangoli

In un poligono di  $n$  lati, la somma degli angoli esterni è sempre un angolo giro ( $360^\circ$ )

#### Dimostrazione

Consideriamo un poligono di 4 lati e indichiamo con  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  gli angoli interni. Ogni angolo esterno sarà uguale alla differenza tra l'angolo piatto ( $\hat{P}$ ) e il corrispondente angolo interno perché sono adiacenti. La somma sarà data da

$$S = (\hat{P} - \alpha) + (\hat{P} - \beta) + (\hat{P} - \gamma) + (\hat{P} - \delta)$$

ossia

$$S = 4 \cdot \hat{P} - (\alpha + \beta + \gamma + \delta)$$

ma  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2 \cdot \hat{P}$  in riferimento a quando detto per la somma degli angoli interni per cui possiamo scrivere  $S = 4 \cdot \hat{P} - 2 \cdot \hat{P} = 2 \cdot 2 \cdot \hat{P}$  ossia un angolo giro. Questo ragionamento può essere ripetuto per qualsiasi numero di lati abbia il poligono, ottenendo sempre lo stesso risultato

Due poligoni sono *congruenti* se sovrapposti coincidono punto per punto.

Due poligoni aventi lo stesso perimetro sono detti *isoperimetrici*. Due poligoni congruenti sono anche isoperimetrici ma non vale il contrario.

## TRIANGOLI

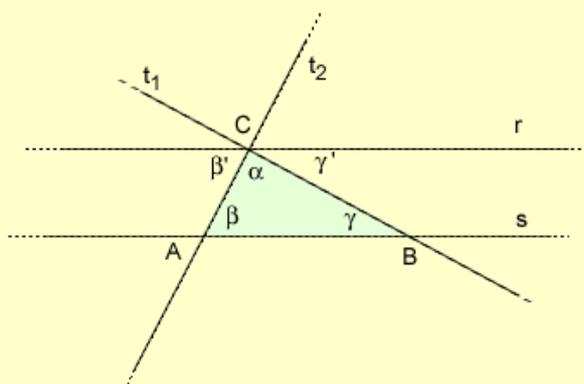
Il triangolo è un poligono di tre lati e tre angoli.

Il triangolo è una figura *rigida* o *indeformabile* in quanto dati tre segmenti si possono costruire solo triangoli congruenti tra loro<sup>16</sup>.

Ogni lato si dice *adiacente* a ciascuno dei due angoli che forma con gli altri due lati e *opposto* all'angolo formato dagli altri due

La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto ( $\hat{P}$ ).

#### Dimostrazione



Consideriamo la figura dove ABC è il triangolo generato dalle trasversali  $t_1$  e  $t_2$ , aventi il punto C in comune, alle rette parallele  $r$  e  $s$ .

Sia ha che  $\beta = \beta'$  perché alterni interni e  $\gamma = \gamma'$  per la stessa ragione<sup>17</sup>.

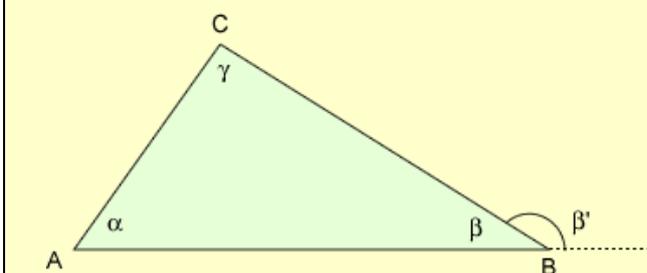
$\beta' + \alpha + \gamma'$  formano un angolo piatto per cui anche  $\alpha + \beta + \gamma = \hat{P}$

<sup>16</sup> Per la costruzione del triangolo vedi l'animazione all'indirizzo: [http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/costr\\_tr.htm](http://www.gpmeneghin.com/schede/riga/costr_tr.htm)

<sup>17</sup> Vedi la parte riguardante rette parallele tagliata da una trasversale.

Ogni angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti ad esso.

#### Dimostrazione



L'angolo  $\beta'$  è esterno all'angolo  $\beta$  e adiacente ad esso per cui  $\beta' = \hat{P} - \beta$  ma anche  $\alpha + \gamma = \hat{P} - \beta$  per cui  $\beta' = \alpha + \beta$ . Lo stesso ragionamento si può ripetere per gli angoli esterni ad  $\alpha$  e  $\beta$ .

### Classificazione dei triangoli

Secondo i lati

- ✓ Scaleno  $\Rightarrow$  lati disuguali
- ✓ Isoscele  $\Rightarrow$  due lati congruenti
- ✓ Equilatero  $\Rightarrow$  lati congruenti

Secondo gli angoli

- ✓ acutangolo  $\Rightarrow$  solo angoli acuti
- ✓ ottusangolo  $\Rightarrow$  un angolo ottuso
- ✓ rettangolo  $\Rightarrow$  un angolo retto e due acuti

#### Particolarità

Triangolo isoscele	I lati congruenti si dicono <i>lati obliqui</i> e il terzo lato <i>base</i> . Gli angoli adiacenti alla base sono congruenti. Possiede un asse di simmetria <sup>18</sup> che passa per il vertice opposto alla base. Esso corrisponde all'asse del segmento che costituisce la base. Un triangolo isoscele può essere acuto, ottuso o retto
Triangolo equilatero	Gli angoli interni sono tutti e tre congruenti e l'ampiezza di ciascuno corrisponde a $\frac{1}{3}$ di angolo piatto ( $60^\circ$ ). Possiede tre assi di simmetria che corrispondono agli assi di ciascuno dei segmenti che costituiscono i lati
Triangolo rettangolo	I lati che comprendono l'angolo retto si dicono <i>cateti</i> mentre il lato opposto all'angolo retto si chiama <i>ipotenusa</i> . I due angoli acuti sono complementari. Un triangolo rettangolo può essere scaleno o isoscele

<sup>18</sup> Retta che divide una figura in due parti congruenti sovrapponibili mediante ribaltamento lungo l'asse.

## Criteri di congruenza dei triangoli

1. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo compreso tra essi.
2. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti un lato e due angoli ad esso adiacenti.
3. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i tre lati.

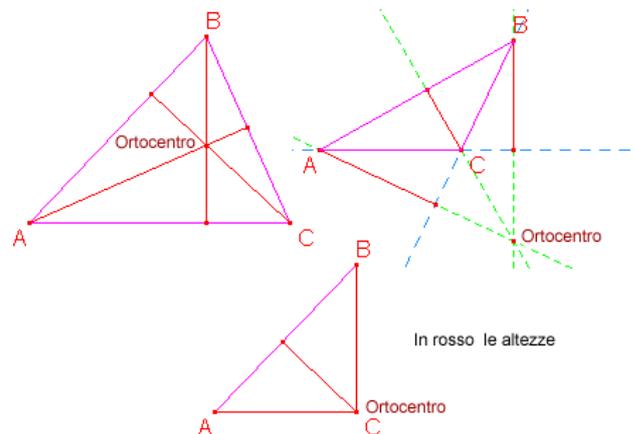
## Elementi e punti notevoli dei triangoli

### Altezze

L'altezza di un triangolo è il *segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto a quel vertice*.

Le altezze si incontrano in un punto detto *ortocentro* che è

- ✓ interno al triangolo se questi è acutangolo
- ✓ esterno al triangolo se questi è ottusangolo
- ✓ coincidente con il vertice dell'angolo retto nel triangolo rettangolo



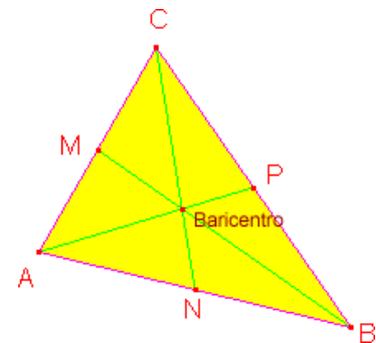
### Mediane

La mediana di un triangolo è il *segmento che unisce un vertice del triangolo al punto medio del lato opposto a quel vertice*.

Le tre mediane si incontrano in un punto detto *baricentro*. Il baricentro è sempre interno al triangolo.

Il baricentro divide ogni mediana in due parti una doppia dell'altra.

In un triangolo fisico rappresenta il suo *punto di equilibrio*.

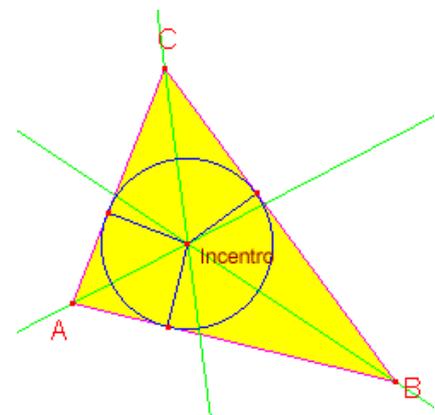


### Bisettrici

La bisettrice di un triangolo relativa ad un suo vertice è la *bisettrice dell'angolo interno che ha quel vertice*.

Le tre bisettrici si incontrano in un unico punto detto *incentro*.

L'incentro è sempre interno al triangolo ed è *equidistante dai tre lati*. Una circonferenza con centro nell'incentro e raggio pari alla distanza di questo da uno dei lati ha un solo punto in comune con ciascuno dei lati: si dice che i lati sono *tangenti* alla circonferenza.

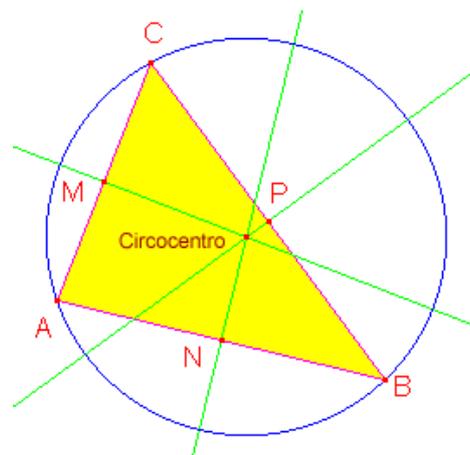


**Assi**

L'asse di un triangolo relativo ad un lato è la retta perpendicolare a quel lato passante per il suo punto medio.

I tre assi si incontrano in un unico punto detto circoncentro. Il circoncentro è

- ✓ interno al triangolo se questi è acutangolo
- ✓ esterno al triangolo se questi è ottusangolo
- ✓ coincidente con il punto medio dell'ipotenusa nel triangolo rettangolo



Il circoncentro è sempre equidistante dai vertici del triangolo.

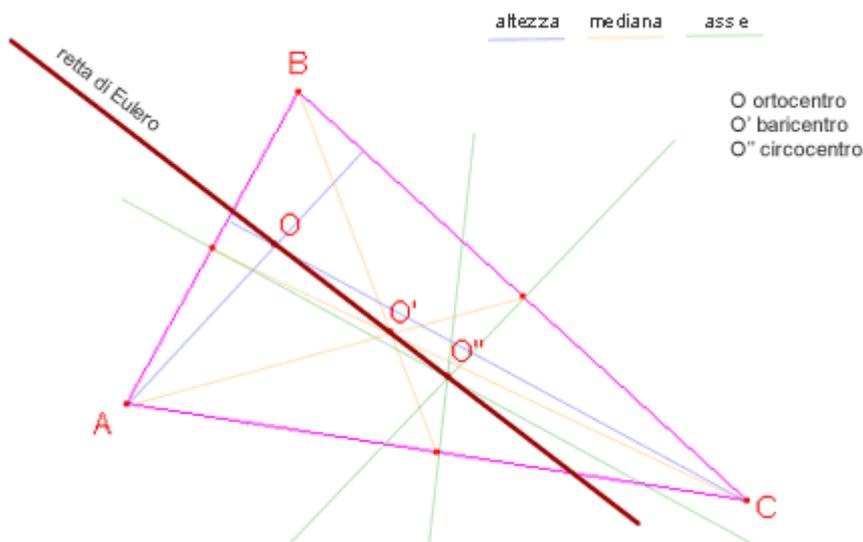
Se disegno una circonferenza con centro nel circoncentro e raggio pari alla distanza di questo da uno dei vertici, la circonferenza passa per tutti e tre i vertici.

*Proprietà particolari*

Triangolo isoscele	L'altezza, la mediana, la bisettrice e l'asse relativi alla base coincidono in un unico segmento e l'ortocentro, il baricentro, l'incentro e il circoncentro si trovano su questo segmento
Triangolo equilatero	L'altezza, la mediana, la bisettrice e l'asse relativi a ciascun lato coincidono in un unico segmento e l'ortocentro, il baricentro, l'incentro e il circoncentro coincidono in un unico punto
Triangolo rettangolo	La mediana relativa all'ipotenusa è metà dell'ipotenusa stessa perché trovandosi il circoncentro nella punto medio dell'ipotenusa ed essendo equidistante dai vertici, il segmento che lo unisce al vertice opposto (mediana) risulta uguale a metà dell'ipotenusa.

*Retta di Eulero*

In un triangolo l'ortocentro, il baricentro e il circoncentro sono allineati e la retta che passa per essi è detta retta di Eulero<sup>19</sup>.



<sup>19</sup> Matematico svizzero (1707 – 1783)

## Alfabeto greco

Minuscolo	Pronuncia	Maiuscolo
α	alfa	A
β	beta	B
γ	gamma	Γ
δ	delta	Δ
ε	epsilon	E
ζ	zeta	Z
η	eta	H
θ	theta	Θ
ι	jota	I
κ	cappa	K
λ	lamba	Λ
μ	mi	M
ν	ni	N
ξ	xi	Ξ
ο	omicron	O
π	pi	Π
ρ	ro	P
σ	sigma	Σ
τ	tau	T
υ	ippsilon	Υ
φ	fi	Φ
χ	chi	X
ψ	psi	Ψ
ω	omega	Ω